

摘要

香農在他著名的一九四八年的題為“通信的數學理論”定義了可靠通信的上限，即信道容量，並且給出了信道容量的基於信道條件概率的常規表達式。然而，這個表達式包含一個優化問題，在多數信道下我們很難給出分析或數值估算。因此如何給出信道容量好的上界和下界，一直是信息論關注的焦點。

在本文我們給出一個推導信道容量上界的方法。這個方法基於信道容量的常規表達式的對偶形式，其中，交互信息的關於輸入信號分布的最大化被關於輸出信號分布的最小化所代替。從任何一個輸出信號分布出發，我們可得到一個信道容量上界（不需要其對應的輸入信號分布）。如果選擇合適的輸出信號分布，我們可得到好的信道容量上界。另外，我們還給出一個關於有費用約束信道容量的無限分析方法。這個方法是基於這樣一個事實：當一個輸入信號分布達到的交互信息的成長率與信道容量的成長率相同時，這個輸入信號分布（在大多數的信道）必需逃脫到無限中，即當平均費用趨於無限時，任何有限費用的輸入信號的概率將趨於零。

上述兩種方法適用於各種信道。在第一部份我們研究了三種信道的容量，即自由空間光學強度信道，帶有輸入依賴噪音的光學強度信道，和泊松信道。在三種情況下，最大功率和平均功率約束被分別強加並且平均功率對最大功率的比值保持恆定。我們導出了自由空間光學強度信道容量的上界和下界。在漸進情形下，即功率約束趨向無限但比率固定，這兩個界相互吻合。我們還給出了後兩種信道容量的下界和漸進上界，並且這兩個界在漸進情形下吻合。因此我們得到了上述三種信道在漸進情形下的確切的容量值。

在第二部份上述方法被用於研究多天線平坦衰落信道（假設衰落進程正規，即有限熵率，並且發射方和接受方未知衰落進程）。我們證明在

高信號噪音比時，這種信道的容量隨著信號噪音比增長只呈對數增長。為了更好地理解這種現象，一個新的變量衰落數被引進。它實際上是信道容量在高信號噪音比容量漸進展開式的二階項。我們給出不同系統的衰落數的推算或估算。結果顯示，在傳輸率遠大於衰落數時，通訊變得功率無效，由此給出實際傳輸率的上限。

我們還給出了不同系統的衰落數的上界和下界。對於記憶型單進多出系統，兩個界相等，因此我們得到一個完全的單傳輸的單或多天線平穩衰落信道和遍歷衰落信道的衰落數的刻畫。另外，我們證明對於無記憶多進單出信道，用波束形成可達到衰落數並且我們給出了最優波束方向的表達式。這個方向取決於衰落律並且在一般情況下不同於其對應單進單出信道產生最大信號噪音比的方向。根據非居中的卡方分布的隨機變量的對數的平均值公式，我們給出了帶有高斯衰落的不同系統的衰落數的表達式，其中包括平穩衰落型，遍歷衰落型和圓對稱型高斯衰落單進單出信道。最後一種信道的衰落數取決於衰落平均值和衰落方差，以及從過去衰落預測目前的均方誤差。衰落數和都普勒擴散不直接相關。

最後，我們證明對於正規記憶型多進多出衰落信道，本文的所有界在接收方和發射方之間添加額外的無噪音反饋後繼續成立。特別，我們證明即使在衰落過程有記憶，一般單進單出衰落信道的衰落數不被反饋更改。此外，對於接收方已知部分邊信息的正規記憶型單進單出信道，無噪音反饋和部分邊信息不增加衰落數。同樣，對於非正規記憶型單進單出高斯衰落信道，無噪音反饋不影響信號噪音比的對數和信道容量之間的比率。

關鍵詞： 信道容量，對偶，平坦衰落信道，衰落數，反饋，高信號噪音比，逃脫到無限的輸入分布，多天線，非中央卡方分布，非同調，光學強度信道，泊松信道，pre-log, Rayleigh衰落，正規和非正規衰落進程，Ricean衰落，邊信息。